

Türme von Hanoi - was ist das?

AH1

Name: _____

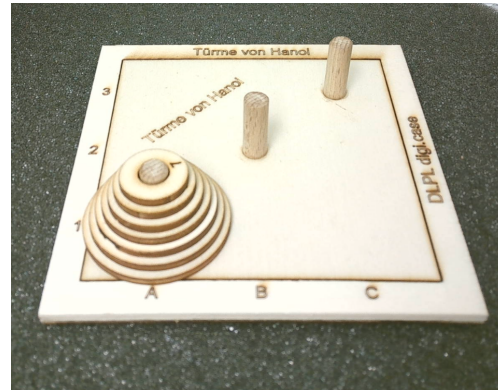
Datum: _____

Ein Turm aus aufgestapelten Kreisscheiben

Die Türme von Hanoi sind ein klassisches Knobel- und Geduldsspiel. Das Spiel besteht aus **drei Stäben**, auf denen **mehrere Scheiben** der Größe nach gestapelt werden.

Die entstandene Form erinnert an Pagoden, das sind vielstöckige Tempeltürme aus dem fernen Osten.

Das Spiel wurde bereits 1883 vom französischen Mathematiker Lucas erfunden und ist deshalb auch mit dem Namen **Lucas-Türme** bekannt.



1) **Mache dich zuerst mit den Spielregeln vertraut und lies aufmerksam:**

Die Aufgabe des Spiels besteht darin, dass der Turm vom ersten Stab auf dem Feld A1 auf den dritten Stab im Feld C3 umgebaut werden muss. Dafür gelten folgende Spielregeln:

- Du darfst immer nur eine Scheibe umlegen.
- Beim Umschichten darfst du immer nur eine kleinere Scheibe auf eine größere legen.
- Der mittlere Stab auf dem Feld _____ dient beim Umlegen als Ablage.
- Durch geschicktes Hin- und Zurücklegen der Scheiben kommst du ans Ziel.

2) **Wiederhole die Spielregeln und fülle die Lücken mit folgenden Begriffen:**


Turm - Größe - drei - größte - A1 - kleiner - kleinere - oberste - kleinste - C3

Das Spiel Türme von Hanoi besteht aus _____ Stäben und mehreren Scheiben, die der _____ nach aufgestapelt sind. Zu Spielbeginn befinden sich alle Scheiben auf dem ersten Stab auf dem Feld _____. Die _____ Scheibe liegt ganz unten, die _____ Scheibe liegt ganz oben. Die Scheiben auf diesem Stab bilden einen _____, der nach oben hin _____ wird.

Das Ziel des Spiels besteht darin, dass dieser Turm vom ersten Stab auf den dritten Stab im Feld _____ verschoben werden muss. Beim Umschichten dürfen immer nur _____ Scheiben auf größeren liegen. Außerdem darf immer nur die _____ Scheibe bewegt werden.

3) **Erkläre deiner Partnerin oder deinem Partner das Spiel Türme von Hanoi mit eigenen Worten. Achte darauf, dass du keine wichtigen Informationen vergisst.**

Informationen und Lösungen

Thema:	Spielanleitung lesen, verstehen und erklären
Problemlösebereich:	Algorithmen erkennen und ausführen
Unterrichtsfächer:	D, SU
Material:	Arbeitsblatt, Schreibzeug
Dauer:	1 UE
Sozialform:	Team oder Gruppe
Schwierigkeitsgrad:	 (Schulstufe 3 bis 4)
Weiterführendes Arbeitsblatt:	Spiel Türme von Hanoi selbst herstellen AH2

Hinweise und Lösungsvorschläge

Um das Geduld- und Knobelspiel ausführen zu können, ist es zuerst wichtig, dass die Schülerinnen und Schüler die Spielregeln kennen und verstehen.

Aufgabe 2: drei - Größe - A1 - größte - kleinste - Turm - kleiner - C3 - kleinere - oberste

Differenzierung

Die Besonderheit vom Spiel Türme von Hanoi liegt darin, dass sich das Geduld- und Knobelspiel zu einem Strategiespiel entwickelt, wenn das Umsetzen des Turmes mit möglichst wenigen Spielzügen stattfinden soll. Mit zunehmendem Training optimieren die Kinder die Spielzüge, sie skizzieren und protokollieren ihre Vorgangsweise. Vorausschauendes und strategisches Denken werden geschult.

Übung und Wettbewerb

Bei den Schülerinnen und Schülern wird die Fähigkeit zum kreativen Problemlösen angesprochen. Ziel der Arbeit mit dem Spiel Türme von Hanoi ist es, die Kinder schrittweise an die Lösungsstrategie heranzuführen und den zugrundeliegenden Algorithmus möglichst selbständig entdecken zu lassen.

Spiel Türme von Hanoi selbst herstellen

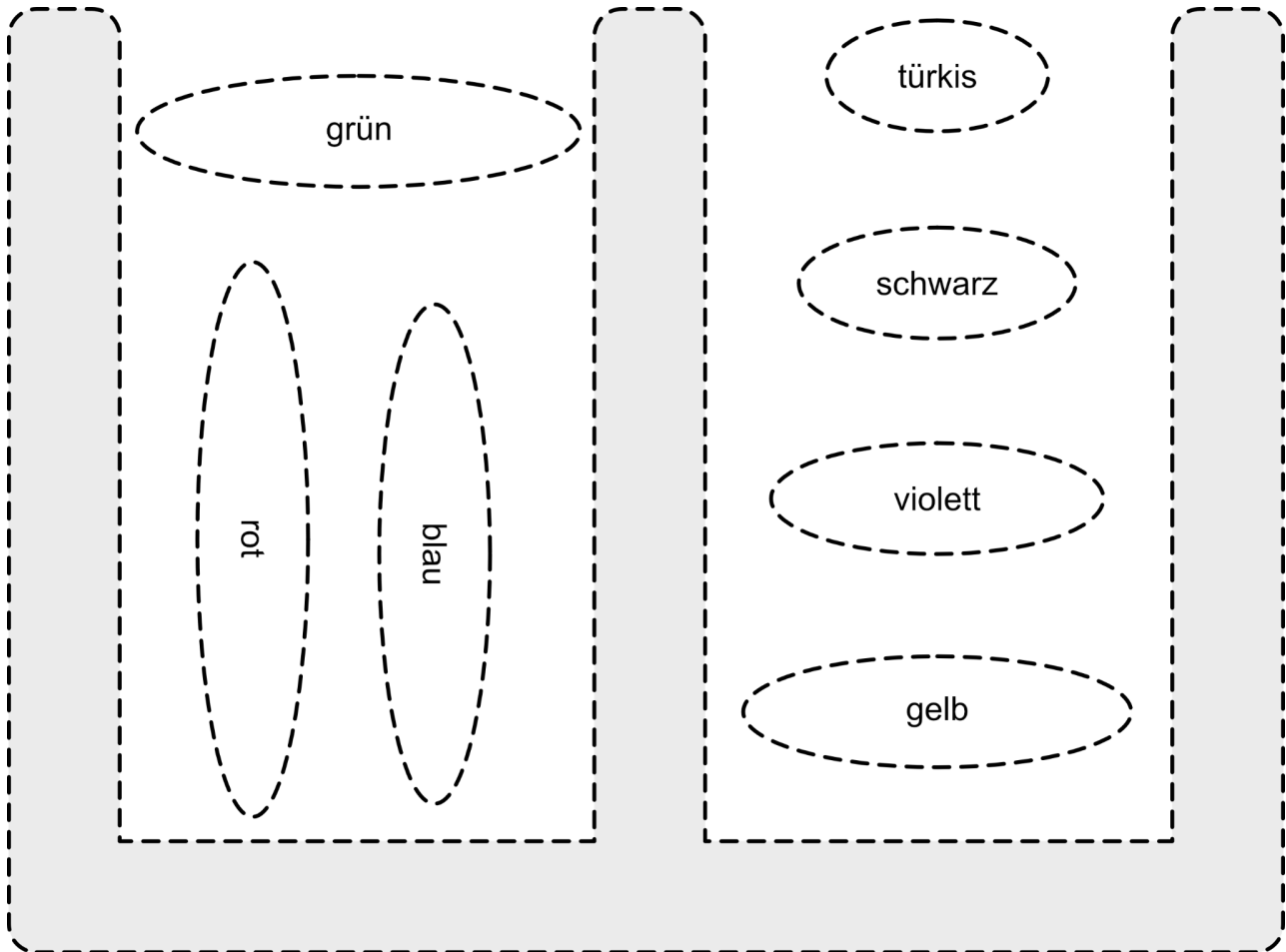
AH2

Name: _____

Datum: _____

Türme von Hanoi aus Karton anfertigen

1) Bemale die Scheiben und schneide alle Teile aus.



2a) Starte das Spiel und lege nur eine Scheibe auf den ersten Stab. Wie viele Züge sind notwendig, um diese Scheibe auf den 3. Stab zu legen?

b) Lege zwei Scheiben auf den ersten Stab. Wie viele Züge sind notwendig, um diese beiden Scheiben auf den 3. Stab umzuschichten?

c) Beschreibe wie du bei der Lösung vorgehst, verwende folgende Satzanfänge:

Ich lege zuerst ...

Danach ...

Dann ...

Nach _____ Zügen befindet sich der Turm auf dem 3. Stab.

3a) Lege nun drei Scheiben auf den ersten Stab und löse die Aufgabe. Arbeite im Team gut zusammen und schreibe auf, wie viele Züge nun notwendig sind.

b) Spielt das Spiel zehn Mal und beobachtet, ob sich die Anzahl der Züge verändert.

Informationen und Lösungen

Thema:	Türme von Hanoi spielerisch entdecken, Lösungsstrategie schrittweise entwickeln
Problemlösebereich:	Algorithmen erkennen und ausführen, Problem in Teilaufgaben zerlegen
Unterrichtsfächer:	M, D, SU, BE, WE
Material:	Arbeitsblatt, Schere, Schreibzeug, Karton
Dauer:	2 UE
Sozialform:	Team oder Gruppe
Schwierigkeitsgrad:	★☆☆ (Schulstufe 3 bis 4)
Weiterführendes Arbeitsblatt:	Türme von Hanoi mit Kreisscheiben aus Holz entdecken AH3

Hinweise und Lösungsvorschläge

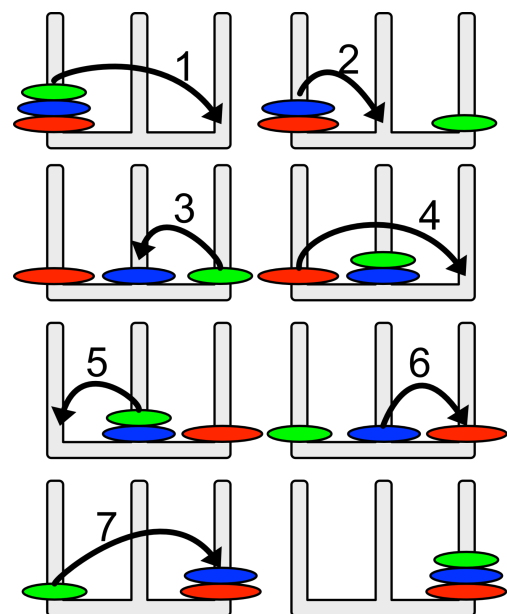
Aufgaben: 2a) ein Zug 2b) 3 Züge 3c) Ich lege zuerst die kleinste Scheibe auf den mittleren Stab. Danach lege ich die größere Scheibe auf den Zielstab. Dann nehme ich die kleine Scheibe vom mittleren Stab und lege sie auf die größere Scheibe am Zielstab. Nach drei Zügen befindet sich der Turm auf dem 3. Stab.

3a)

b) individuelle Lösung

Differenzierung

Die Besonderheit vom Spiel Türme von Hanoi liegt darin, dass sich das Geduld- und Knobelspiel zu einem Strategiespiel entwickelt, wenn das Umsetzen des Turmes mit möglichst wenigen Spielzügen stattfinden soll. Mit zunehmendem Training optimieren die Kinder die Spielzüge, skizzieren und protokollieren ihre Vorgangsweise. Vorausschauendes und strategisches Denken werden geschult.



Übung und Wettbewerb

Bei den Schülerinnen und Schülern wird die Fähigkeit zum kreativen Problemlösen angesprochen. Ziel der Arbeit mit dem Spiel Türme von Hanoi ist es, die Kinder schrittweise an die Lösungsstrategie heranzuführen und den zugrundeliegenden Algorithmus möglichst selbstständig entdecken zu lassen. Teams können gegeneinander antreten und messen, welche Gruppe am schnellsten oder mit den wenigsten Spielzügen die richtige Lösung findet.

Türme von Hanoi mit Kreisscheiben aus Holz entdecken

AH3

Name: _____

Datum: _____

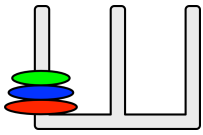
Knobeln und Kreisscheiben zielsicher stapeln

- 1a) Nimm aus dem digi.case das Spielbrett Türme von Hanoi und die Spielsteine heraus. Achte darauf, dass der erste Turm im Feld A1 steht.
- b) Beginne das Spiel mit einer Kreisscheibe, setze mit zwei Scheiben fort und starte die dritte Runde mit drei Scheiben.
- Achte dabei immer auf die Spielregeln und schreibe in der Tabelle auf, wie viele Züge du für das Lösen der jeweiligen Spiele gebraucht hast.

Anzahl Scheiben	1	2	3
Anzahl Züge			

2a) Wiederhole das Spiel mit drei Scheiben und überprüfe, ob du nun weniger Züge als bei Aufgabe 1 brauchst.

b) Skizziere deinen Lösungsweg, zeichne die einzelnen Schritte in die Tabelle.

Start:	
Schritt 1:	
Schritt 2:	
Schritt 3:	
Schritt 4:	
Schritt 5:	
Schritt 6:	
Schritt 7:	

Informationen und Lösungen

Thema:	Türme von Hanoi spielerisch entdecken, Lösungsstrategie schrittweise entwickeln
Problemlösebereich:	Algorithmen erkennen und ausführen, Problem in Teilaufgaben zerlegen
Unterrichtsfächer:	M, D, SU
Material:	Arbeitsblatt, Spielbrett Türme von Hanoi mit Kreisscheiben aus dem digi.case
Dauer:	2 UE
Sozialform:	Team oder Gruppe
Schwierigkeitsgrad:	★☆☆ (Schulstufe 3 bis 4)
Weiterführendes Arbeitsblatt:	Türme von Hanoi mit Kreisscheiben aus Holz aufbauen AH4

Hinweise und Lösungsvorschläge

Aufgaben: 1b)	Anzahl Scheiben	1	2	3
	Anzahl Züge	1	3	7

2a) individuelle Lösung

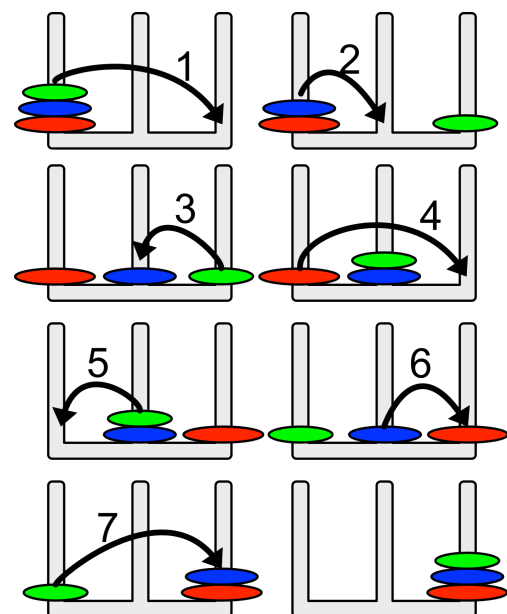
b) individuelle Lösung

Differenzierung

Die Besonderheit vom Spiel Türme von Hanoi liegt darin, dass sich das Geduld- und Knobelspiel zu einem Strategiespiel entwickelt, wenn das Umsetzen des Turmes mit möglichst wenigen Spielzügen stattfinden soll. Mit zunehmendem Training optimieren die Kinder die Spielzüge, sie skizzieren und protokollieren ihre Vorgangsweise. Vorausschauendes und strategisches Denken werden geschult.

Übung und Wettbewerb

Bei den Schülerinnen und Schülern wird die Fähigkeit zum kreativen Problemlösen angesprochen. Ziel der Arbeit mit dem Spiel Türme von Hanoi ist es, die Kinder schrittweise an die Lösungsstrategie heranzuführen und den zugrundeliegenden Algorithmus möglichst selbständig entdecken zu lassen. Teams können gegeneinander antreten und messen, welche Gruppe am schnellsten oder mit den wenigsten Spielzügen die richtige Lösung findet.



Türme von Hanoi mit Kreisscheiben aus Holz aufbauen

AH4

Name: _____

Datum: _____

Mehr Tüftelspaß mit mehr Kreisscheiben

1) Entscheide, welche Spielregeln richtig sind ? Hake sie an.

a)	Alle Scheiben vom ersten Stab sollen auf den dritten Stab bewegt werden.	
b)	Am mittleren Stab darf ich größere Scheiben auf kleinere legen.	
c)	Pro Spielzug darf nur eine Scheibe umgelegt werden.	
d)	Eine größere Scheibe darf nie auf einer kleineren liegen.	
e)	Ich darf zwei Scheiben auf einmal umlegen.	
f)	Der mittlere Stab dient zum zwischenzeitlichen Ablegen von Scheiben.	

2a) Arbeite mit dem Spielbrett Türme von Hanoi aus dem digi.case.

Lege auf den ersten Stab vier Kreisscheiben und finde die Lösung.

Mache auf einem Notizblatt für jeden Zug einen Strich. Zähle am Ende, mit wie vielen Zügen du die Aufgabe gelöst hast.


b) Wiederhole fünfmal das Spiel mit vier Kreisscheiben und überprüfe, ob du weniger oder mehr Züge für die Lösung brauchst.

c) Ist eine Lösung mit 15 Zügen möglich? Probiere und berate im Team.

3a) Erweitere das Spiel um eine Scheibe. Kannst du den Turm auch mit fünf Scheiben umschichten? Wie viele Züge sind unbedingt erforderlich? Mache mehrere Versuche.

b) Sind bei fünf Scheiben mehr als doppelt so viele Züge notwendig wie bei vier?

Informationen und Lösungen

Thema:	Türme von Hanoi spielerisch entdecken, Lösungsstrategie schrittweise entwickeln und optimieren
Problemlösebereich:	Algorithmen erkennen und ausführen, Spielstrategie verbessern
Unterrichtsfächer:	M, D, SU
Material:	Arbeitsblatt, Spielbrett Tetris mit Spielsteinen aus dem digi.case, A4 Blätter
Dauer:	4 UE
Sozialform:	Team oder Gruppe
Schwierigkeitsgrad:	 (Schulstufe 3 bis 4)
Weiterführendes Arbeitsblatt:	Türme von Hanoi aus Holz höher aufbauen AH5

Hinweise und Lösungsvorschläge

Mit jeder weiteren Scheibe verdoppelt sich die Anzahl der erforderlichen Züge, weil der bisher umgesetzte Stapel noch einmal umgesetzt werden muss, plus ein Zug für die neue Scheibe.

Aufgaben: 1) a) c) d) f)

2) a) b) individuelle Lösung

c) Ja, das Spiel mit 4 Scheiben ist mit 15 Zügen zu lösen.

3a) 31 Züge mit 5 Scheiben b) ja

Differenzierung

Mit dem Spiel können Stunden verbracht werden, ohne dass Langeweile aufkommt. Durch das Hantieren und Probieren mit konkretem Material bewirkt das analoge Spiel Türme von Hanoi eine aktive Auseinandersetzung mit der Problemlösung und so manchen Aha-Effekt.

Übung und Wettbewerb

Bei den Schülerinnen und Schülern wird die Fähigkeit zum kreativen Problemlösen angesprochen. Ziel der Arbeit mit dem Spiel Türme von Hanoi ist es, die Kinder schrittweise an die Lösungsstrategie heranzuführen und den zugrundeliegenden Algorithmus möglichst selbständig entdecken zu lassen. Teams können gegeneinander antreten und messen, welche Gruppe am schnellsten oder mit den wenigsten Spielzügen die richtige Lösung findet oder auch ihre Lösungsstrategie am besten erklären kann.

Türme von Hanoi aus Holz höher aufbauen

AH5

Name: _____

Datum: _____

Der Turm aus Holz mit sechs Kreisscheiben

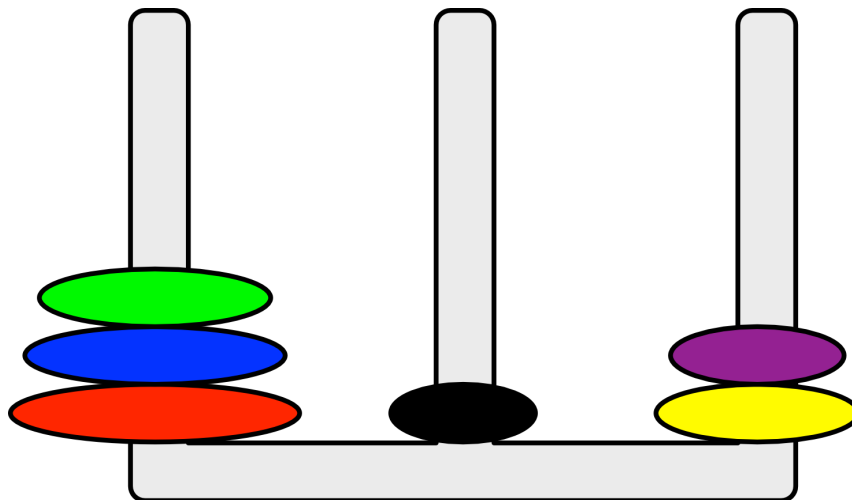
1) Setze alle sechs Kreisscheiben auf dem Spielbrett Türme von Hanoi aus dem digi.case ein und finde eine Lösung. Mache mehrere Versuche und finde heraus, ob du mehr als 30 Züge machen musst, um das Spiel zu lösen.

2) Vervollständige nun die Tabelle:

Anzahl Scheiben	3	4	5	6
Anzahl Züge				

3) Erkläre die Lösungsstrategie und den Spielverlauf von 3 bis 6 Scheiben deiner Partnerin oder deinem Partner mit eigenen Worten.


4a) David hat das Spiel soweit gelöst. Baue die Spielsituation nach, setze fort und finde die restliche Lösung.



b) Erkläre deiner Partnerin oder deinem Partner, wie du bei der Lösung vorgegangen bist.

5) Betrachte die Tabelle aus Aufgabe 1. Kannst du ausrechnen, wie viele Züge notwendig sind, um das Spiel mit sieben Scheiben zu lösen?

Informationen und Lösungen

Thema:	Türme von Hanoi spielerisch entdecken, Lösungsstrategie schrittweise entwickeln und optimieren
Problemlösebereich:	Algorithmen erkennen und ausführen, Spielstrategie verbessern
Unterrichtsfächer:	M, D, SU
Material:	Arbeitsblatt, Spielbrett Tetris mit Spielsteinen aus dem digi.case
Dauer:	4 UE
Sozialform:	Team oder Gruppe
Schwierigkeitsgrad:	 (Schulstufe 3 bis 4)
Weiterführendes Arbeitsblatt:	

Hinweise und Lösungsvorschläge

Je mehr Scheiben zum Einsatz kommen, desto kniffliger wird das Spiel.

Aufgaben: 1) 31 Spielzüge sind notwendig

2)

Anzahl Scheiben	3	4	5	6
Anzahl Züge	7	15	31	63

3) individuelle Lösung

4) individuelle Lösung

5) 127 Züge

Differenzierung

Die Besonderheit vom Spiel Türme von Hanoi liegt darin, dass sich das Geduld- und Knobelspiel zu einem Strategiespiel entwickelt, wenn das Umsetzen des Turmes mit möglichst wenigen Spielzügen stattfinden soll. Mit zunehmendem Training optimieren die Kinder die Spielzüge, sie skizzieren und protokollieren ihre Vorgangsweise.

Vorausschauendes und strategisches Denken werden geschult.

Übung und Wettbewerb

Bei den Schülerinnen und Schülern wird die Fähigkeit zum kreativen Problemlösen angesprochen. Ziel der Arbeit mit dem Spiel Türme von Hanoi ist es, die Kinder schrittweise an die Lösungsstrategie heranzuführen und den zugrundeliegenden Algorithmus möglichst selbständig entdecken zu lassen. Teams können gegeneinander antreten und messen, welche Gruppe am schnellsten oder mit den wenigsten Spielzügen die richtige Lösung findet oder auch ihre Lösungsstrategie am besten erklären kann.